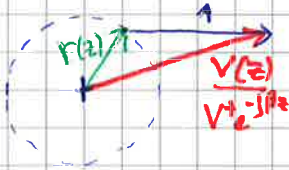




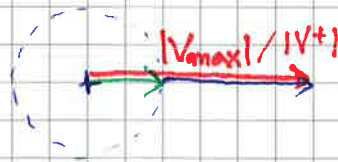
ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

(iii) Distance au premier minimum de tension $V(z) = V^+ e^{-j\beta z} (1 + \Gamma(z))$

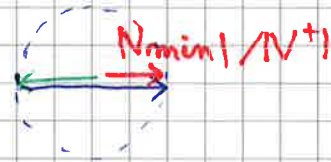
C46 - Démonstration



link between
 $V(z)$ and $\Gamma(z)$
in general



condition for
 $|V_{max}|$



condition for
 $|V_{min}|$

Un minimum de tension apparaît quand $\Gamma(z) = \rho e^{j(\psi + 2\beta z)}$ est réel négatif

$$\Rightarrow \psi + 2\beta z_{min} = -(2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

avec $-\pi \leq \psi \leq \pi$ et $z_{min} \leq 0$.

$\Rightarrow$ à fréquence fixée, la mesure de la distance entre deux minima de tension successifs nous donne $\frac{\lambda}{2}$, puis $v_p = \frac{\lambda}{2} f$.

Le premier minimum apparaît quand :

$$\psi + 2\beta z_{min} = -\pi \Rightarrow \boxed{\psi = -\pi - 2\beta z_{min}}$$

$\Rightarrow$ la mesure de la distance entre la charge et le premier minimum donne la phase ψ du coefficient de réflexion de la charge (Γ_L)

$\Rightarrow$ la mesure de S donne son module ρ

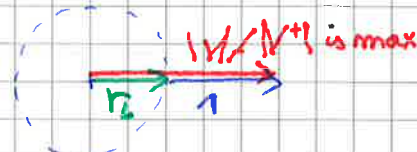


ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

(iv) Distributions de tensions et courant - généralités

* Charges résistives :

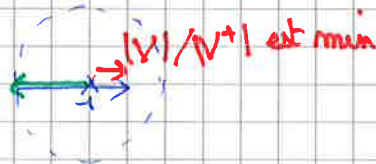
1) cas $\underline{Z_0} < R \Rightarrow \underline{\Gamma_L} > 0 \Rightarrow$



$\Rightarrow$ || maximum de $|V|$ au niveau de la charge
|| minimum de $|I|$ "

ex: circuit ouvert

2) cas $\underline{Z_0} > R \Rightarrow \underline{\Gamma_L} < 0$



$\Rightarrow$ || minimum de $|V|$ au niveau de la charge
|| maximum de $|I|$ "

ex: circuit fermé

* charges réactives :

1) Cas inductif : le premier extremum de tension est un maximum

2) Cas capacitif : le premier extremum de tension est un minimum

démonstration : plus tard (= abaque de Smith)

* $|V|$ et $|I|$ sont périodiques de période $\frac{\lambda}{2}$ et oscillent entre $|V^+|(1 \pm \rho)$

* le premier extremum de tension se situe toujours à une distance plus petite que $\frac{\lambda}{4}$ de la charge



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

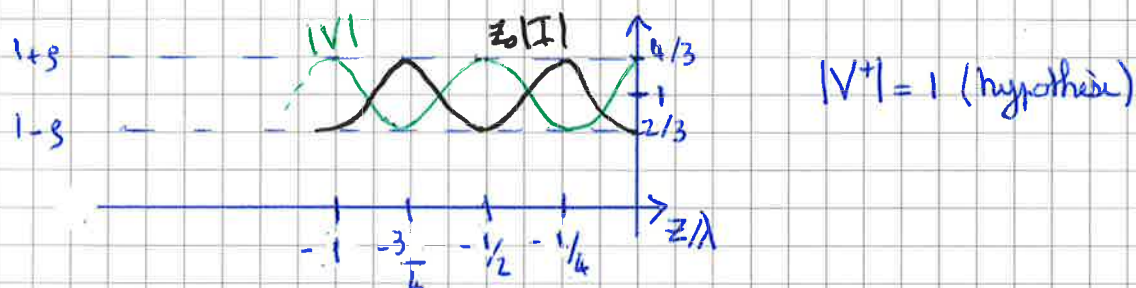
C47 Distributions types cf série d'exercice n°8, tracé de $|V|$ et $|I|$

Comment les tracer approximativement ? (sans Matlab)

- 1) Identifier la nature de la charge et trouver $z_{\min}$
- 2) Trouver $V_{\max}$ et $V_{\min}$
- 3) Se souvenir de l'allure des courbes et qu'elles sont périodiques de période $\lambda/2$.

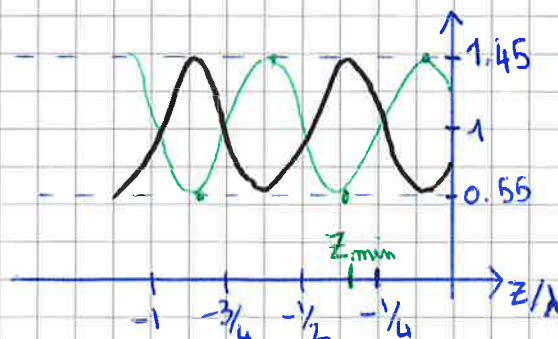
ex1: $Z_L = 2Z_0$, resistive avec $R_L > Z_0 \Rightarrow |V_{\max}|$ en $z=0$.

$$|V^+| |V_{\max}| = 1 + \rho = 1 + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 1 + \frac{1}{3}, \quad |V_{\min}| = 1 - \frac{1}{3}$$



ex2: $Z_L = Z_0(1+j)$, inductif $\Gamma_L = \frac{j}{2+j} = \frac{1}{5}(1+2j) = \frac{1}{\sqrt{5}} e^{j \tan^{-1}(2)}$

$$\psi = \tan^{-1}(2) = -\pi - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} \Rightarrow -\frac{z_{\min}}{\lambda} = \frac{\pi}{4\pi} + \frac{\tan^{-1}(2)}{4\pi} = 0.34$$





ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

(v) Etude de l'impédance de ligne

C48 - Transformation d'impédance

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_0 \left(e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{j\beta z} \right)}{I_0 \left(e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{j\beta z} \right)} Z_0 = \frac{(Z_L + Z_0) e^{-j\beta z} + (Z_L - Z_0) e^{j\beta z}}{(Z_L + Z_0) e^{-j\beta z} - (Z_L - Z_0) e^{j\beta z}} Z_0$$

$$= Z_0 \frac{Z_L \cos \beta z - j Z_0 \sin \beta z}{Z_0 \cos \beta z - j Z_L \sin \beta z} = Z_0 \frac{Z_L - j Z_0 \tan \beta z}{Z_0 - j Z_L \tan \beta z} = Z(z)$$

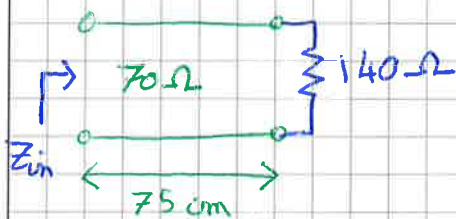
A une distance $l > 0$ de la charge :

$$Z_{in}(l) = Z(z) \Big|_{z=-l} = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z_L \tan \beta l}$$

formule de l'impédance
vue à une distance l
de la charge.

ex: $\begin{cases} \text{short circuit: } Z_{sf}(l) = j Z_0 \tan \beta l \\ \text{circuit ouvert: } Z_{co}(l) = -j Z_0 \tan \beta l \end{cases} \quad \begin{cases} l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow Z_{in}(l) = \frac{Z_0^2}{Z_L} \\ \text{car } \tan \beta l \rightarrow \infty \end{cases}$

C49 - Exercice



$$Z_{in} = 70 \frac{140 + j 70 \tan\left(\frac{2\pi l}{c} f\right)}{70 + 140 \tan\left(\frac{2\pi l}{c} f\right)} = Z_{in}\left(\frac{l}{c} f\right)$$

$$Z_{in}(50 \text{ MHz}) = 56 - 42j \, \Omega$$

$$Z_{in}(100 \text{ MHz}) = \frac{70^2}{140} = 35 \, \Omega$$

$$Z_{in}(150 \text{ MHz}) = 56 + j42 \, \Omega$$

$$Z_{in}(200 \text{ MHz}) = 140 \, \Omega$$

$$\left(\frac{lf}{c} = 0.125, \tan \frac{lf}{c} \rightarrow 1 \right)$$

$$\left(\frac{lf}{c} = 0.25, \tan \rightarrow +\infty \right)$$

$$\left(\frac{lf}{c} = 0.375, \tan \rightarrow -1 \right)$$

$$\left(\frac{lf}{c} = 0.5, \tan \rightarrow 0 \right)$$



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

* Impédances normalisées : $\tilde{Z} = \frac{Z}{Z_0}$

$$\Rightarrow \frac{Z}{Z_0} = \tilde{Z} = \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z_L \tan \beta l} = \frac{\frac{Z_L}{Z_0} + j \tan \beta l}{1 + j \frac{Z_L}{Z_0} \tan \beta l} = \frac{\tilde{Z}_L + j \tan \beta l}{1 + j \tilde{Z}_L \tan \beta l}$$

$$\text{avec } \tilde{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = \frac{1 + \rho e^{j\psi}}{1 - \rho e^{j\psi}}$$

* Mesures de charges inconnues

On mesure :

$$S = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

$$\text{pour déduire } \rho = \frac{S - 1}{S + 1}$$

et $Z_{\min}$ pour déduire $\psi = -\pi - 2\beta Z_{\min}$

$$\Rightarrow \text{on connaît } \Gamma_L = \rho e^{j\psi}$$

$\Rightarrow$ on connaît

$$\tilde{Z}_L = \frac{1 + \rho e^{j\psi}}{1 - \rho e^{j\psi}} = \tilde{R}_L + j \tilde{X}_L$$

C50 - Charge inconnue

$$\text{On trouve } \rho = \frac{S - 1}{S + 1} = \frac{5 - 1}{5 + 1} = 0.667$$

$$\frac{\lambda}{2} = 25 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 50 \text{ cm}$$

$$\psi = -\pi - 4\pi \frac{Z_{\min}}{\lambda} \Rightarrow \psi = \left(-1 - \frac{4 \times (-8)}{50}\right)\pi = -0.36\pi$$

$$\Rightarrow \underline{\Gamma_L = 0.667 e^{-j0.36\pi}}$$



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

$$* \tilde{Z}_L = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} = \frac{1 + 0.667e^{-j0.36\pi}}{1 - 0.667e^{-j0.36\pi}} = 0.63 - 1.38j$$

$$\Rightarrow Z_L = Z_0 \tilde{Z}_L = 100 \tilde{Z}_L = 63.4 - 137.6j \Omega$$

* Le extrema de tensions sont toujours séparés de $\frac{\lambda}{4}$, = 12.5 cm ici

$$\Rightarrow z_{\max} = z_{\min} \pm \frac{\lambda}{4} = -8 \pm 12.5 = \underline{+4.5 \text{ cm}} \text{ ou } \underline{-20.5 \text{ cm}}$$

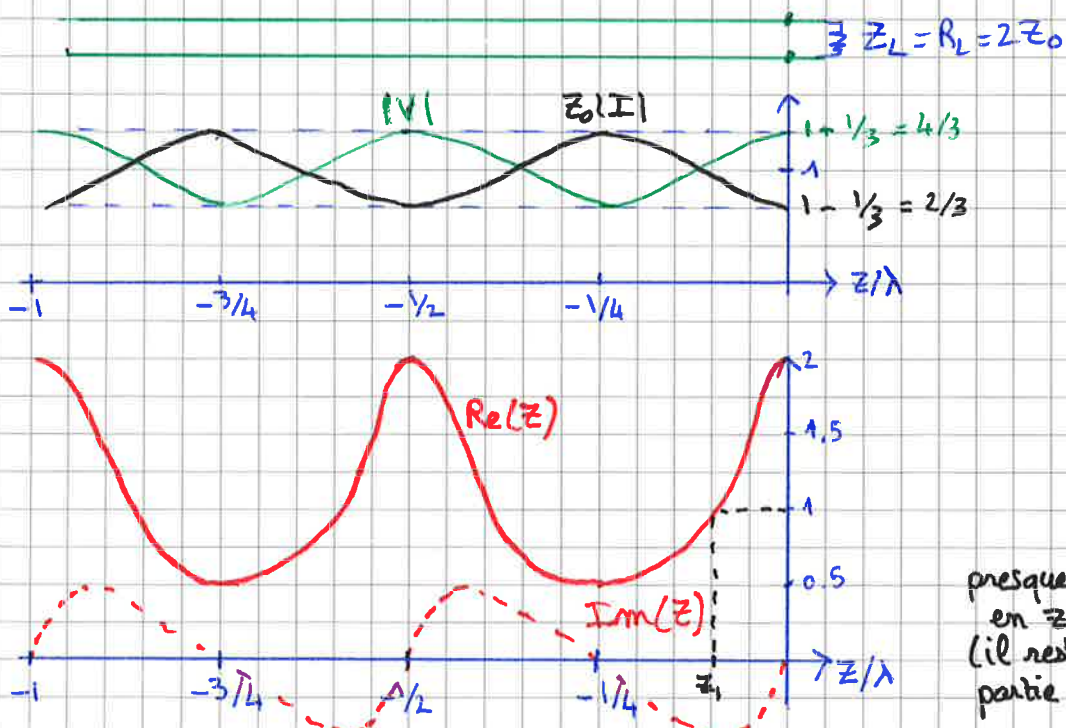
impossible car $z < 0$

* Notion d'admittance de ligne

$$Y(z) = \frac{1}{Z(z)} = Y_0 \frac{Y_L - jY_0 \tan \beta z}{Y_0 - jY_L \tan \beta z}, \quad \tilde{Y} = \frac{Y}{Y_0}$$

$$\tilde{Y}(z) = \frac{\tilde{Y}_L - j \tan \beta z}{1 - j \tilde{Y}_L \tan \beta z}$$

(5)



presque adapté
en z_1
(il reste une
partie imaginaire)